Лекция 7

Тема: «*Поперечный изгиб. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов*».

Вопрос 1.Поперечный изгиб.

Нагружение при котором в поперечных сечениях деталей возникают внутренние моменты, действующие в плоскости, перпендикулярной к плоскости поперечного сечения называется *изгибом*. Если изгибающий момент является единственным внутренним силовым фактором, то изгиб называют *чистым*, а при наличии поперечных сил – *поперечным*.

Внутренние силы в любом сечении балки могут быть заменены силой Q и парой сил с моментом M. Сила Q называется *поперечной силой*, а момент M – *изгибающим моментом* в поперечном сечении балки.

Поперечная сила в каком либо поперечном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на ось у внешних сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, а изгибающий момент – алгебраической сумме моментов сил, взятых относительно центра тяжести сечения.

Вопрос 2. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

Рассмотрим ряд типовых примеров, содержащих наиболее часто встречающиеся случаи нагружения. Первоначально введем «правило знаков» (рисунок 16).

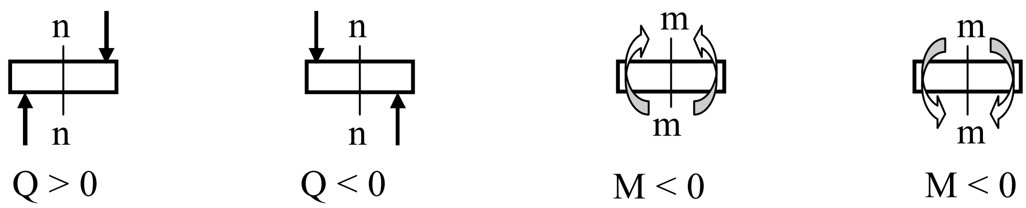

Рисунок 16

Случай 1 – Балка с защемленным концом, нагружена сосредоточенной силой на свободном конце (рисунок 17, *а*).

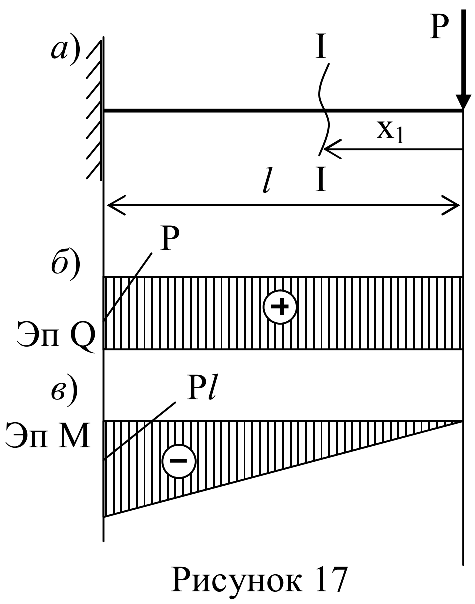

Рисунок 17

Проведем произвольное сечение I-I и, отбросив левую часть от сечения, рассмотрим равновесие правой части (рекомендуется отбрасывать защемленную часть).

Граница сечения I-I: $0 \le x_1 \le l$

$$Q_1 = \Sigma F_{iy} = P$$

т. е. на протяжении всего участка Q_1 постоянна и равна Р (рисунок 17, *б*).

$$M_1 = \Sigma\ M(F_i) = -P\,x_1;$$

Момент изменяется линейно, поэтому эпюру M строим по двум точкам (рисунок 17, *в*)

при $x_1 = 0$ $M_1 = 0$; при $x_1 = l$ $M_1 = -P \cdot l$

Случай 2 – Балка с защемленным концом, нагружена равномерно распределенной нагрузкой q (рисунок 18, *а*).

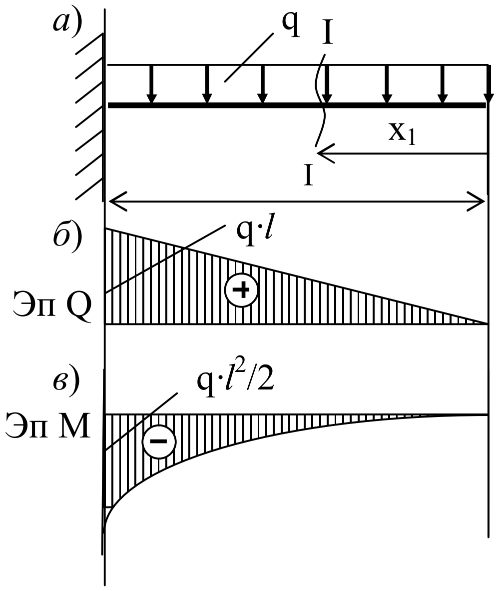

Рисунок 18

Проведем произвольное сечение I-I и, отбросив левую часть от сечения, рассмотрим равновесие правой части.

Граница сечения I-I: $0 \le x_1 \le l$

$$Q_I = \Sigma F_{iy} = q\,x_1;$$

Поперечная сила изменяется линейно, поэтому эпюру Q строим по двум точкам (рисунок 18, *б*)

при $x_1 = 0$ $Q_I = 0$; при $x_1 = l$ $Q_I = q \cdot l$

$$M_1 = \Sigma\ M(F_i) = -\,q \cdot x_1^2/2;$$

Получилось уравнение второго порядка (кривая – парабола), поэтому эпюру M строим как минимум по трем точкам (рисунок 18, *в*)

при $x_1 = 0$ $\quad M_1 = 0;$

при $x_1 = l/2$ $\quad M_1 = -\,q \cdot l^2/8$

при $x_1 = l$ $\quad M_1 = -\,q \cdot l^2/2$

Случай 3 – Балка с защемленным концом, нагружена сосредоточенной парой сил с моментом m на свободном конце (рисунок 19, *а*).

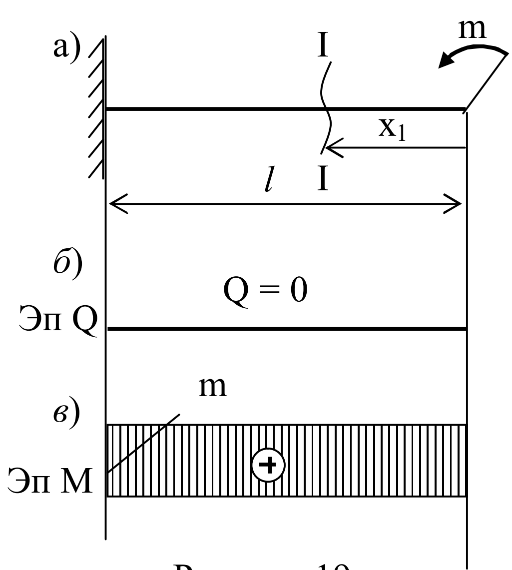

Рисунок 19

Проведем произвольное сечение I-I и, отбросив левую часть от сечения, рассмотрим равновесие правой части.

Граница сечения I-I: $0 \le x_1 \le l$

$$Q_1 = \Sigma F_{iy} = 0$$

т. к. сумма проекций сил пары на любую ось равна нулю.

$$M_1 = \Sigma\ M(F_i) = m;$$

Изгибающий момент в любом сечении равен внешнему моменту на свободном конце; он положителен так как внешний момент справа направлен против часовой стрелки и балка изгибается выпуклостью вниз.

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов построены на рисунке 19, б, в. Балка в рассмотренном примере испытывает чистый изгиб, так как поперечная сила во всех ее поперечных сечениях равна нулю. Эпюра моментов при чистом изгибе ограничивается прямой линией, параллельной оси балки.

Случай 4 – Балка лежащая на двух опорах и нагружена сосредоточенной силой P (рисунок 20, *а*).

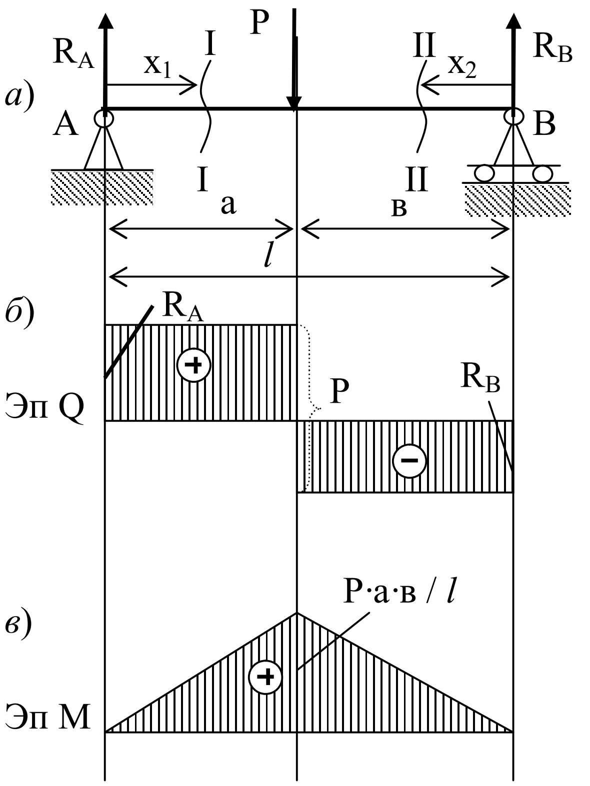

Рисунок 20

Для балки лежащей на двух опорах предварительно необходимо определить опорные реакции

$$\sum M_A = 0 \quad -P \cdot a + R_B \cdot l = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad P \cdot в - R_A \cdot l = 0,$$

откуда

$$R_B = P \cdot a / l; \quad R_A = P \cdot в / l.$$

Разделим всю балку на два участка. Проведем произвольное сечение I-I и, отбросив правую часть от сечения, рассмотрим равновесие левой части.

Граница сечения I-I: $0 \le x_1 \le a$

$$Q_1 = \Sigma F_{iy} = R_A = P \cdot в / l$$
$$M_1 = \Sigma \; M(F_i) = R_A \cdot x_1$$

Полученное уравнение определяет прямую линию, которую можно построить по двум точкам

при $x_1 = 0$ $\quad M_1 = 0$;
при $x_1 = a$ $\quad M_1 = R_A \cdot a = P \cdot в \cdot a / l$

Далее проведем произвольное сечение II-II и, отбросив левую часть от сечения, рассмотрим равновесие правой части.

Граница сечения II-II : $0 \le x_2 \le в$

$$Q_2 = \Sigma F_{iy} = R_B = P \cdot a / l$$
$$M_2 = \Sigma \; M(F_i) = R_B \cdot x_2$$

Полученное уравнение также определяет прямую линию, которую можно построить по двум точкам

при $x_2 = 0$ $\quad M_2 = 0$; при $x_2 = в$ $\quad M_2 = R_B \cdot в = P \cdot a \cdot в / l$

Эпюра поперечных сил показана на рисунке 20, *б*. В сечении где приложена сила P, поперечная сила имеет скачок, равный значению P, и меняет знак на противоположный.

Эпюра изгибающих моментов построена на рисунке 20, *в*. Изгибающий момент имеет максимальную величину в том сечении, в котором поперечная сила меняет знак.

Случай 5 – Балка лежащая на двух опорах и нагружена равномерно распределенной нагрузкой q (рисунок 21, *а*).

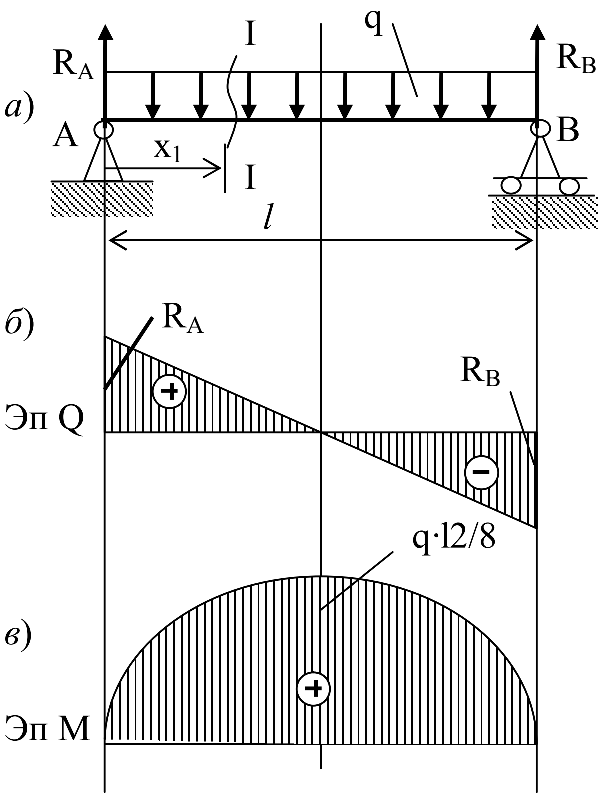

Рисунок 21

Для балки лежащей на двух опорах предварительно необходимо определить опорные реакции

$$\sum M_A = 0 \quad - q \cdot l \cdot l/2 + R_B \cdot l = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad q \cdot l \cdot l/2 - R_A \cdot l = 0,$$

откуда

$$R_A = R_B = q \cdot l/2.$$

Проведем произвольное сечение I-I и, отбросив правую часть от сечения, рассмотрим равновесие левой части.

Граница сечения I-I: $0 \le x_1 \le l$

при $x_1 = 0$ $Q_1 = R_A = q \cdot l/2$

при $x_1 = l$ $Q_1 = R_A - q \cdot l = -q \cdot l/2$

Эпюра Q построена на рисунке 21, *б*.

$M_1 = \Sigma\ M(F_i) = R_A \cdot x_1 - q \cdot x_1 \cdot x_1/2 = q \cdot l/2 - q \cdot x^2_1/2$

В это уравнение x_1 входит во второй степени, поэтому эпюра M изобразится параболой, которую можно построить по трем точкам. Вершину параболы находим в точке, где эпюра Q пересекает нейтральную линию. Для этого выражение Q_1 нужно приравнять к нулю

$$Q_1 = R_A - q \cdot x^0_1 = 0 \text{ откуда } x^0_1 = q(l/2)/q = l/2$$

при $x_1 = 0$ $M_1 = 0$; при $x_1 = l/2$ $M_1 = q \cdot l^2_1/2$; при $x_1 = l$ $M_1 = 0$;

Эпюра изгибающих моментов построена на рисунке 21, *в*. Изгибающий момент имеет максимальную величину в том сечении, в котором поперечная сила меняет знак.